

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ**

1. Να γραφούν οι παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής

i.	$ \pi - 4  +  9 - \pi^2 $	iii.	$ 6 2\pi - 4  + 3 9 - 4\pi $
ii.	$2 \sqrt{3} - \sqrt{7}  - 3 9 - \sqrt{10} $	iv.	$\frac{(- -4  -  -3 )^2 \cdot  5^2 - 3  - 8 }{  -7  -2 - 3  -4 }$
2. Να γραφούν οι παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής

i.	$A =  4x^2 + 1 $	iii.	$\Gamma =  x^2 + x + 1 $
ii.	$B =  9x^2 - 6x + 1 $	iv.	$\Delta =  (2x + 1)^2 - (x + 1)^2 - 2x^2 + 1 $
3. Αν  $x < 5$  να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i.	$A =  x - 5  +  10 - 2x $	iii.	$\Gamma = 3 x - 6  -  9x^2 + 6x + 2 $
ii.	$B = x -  3x - 15 $	iv.	$\Delta =  3 5 - x  -  10 - 2x $
4. Αν  $-3 < x < -1$  να απλοποιηθούν οι παραστάσεις

i.	$A =  x + 1  +  x + 3 $	iii.	$\Gamma =  2x + 2  +  12 + 4x  + 2 x $
ii.	$B =  3x + 3  -  2x + 6 $	iv.	$\Delta =   2x - 5  -  4 - 3x  $
5. Αν  $|a| \leq 1$  και  $|\beta| \leq 2$  να γραφεί χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής, η παράσταση  $A = 2|a - 1| + |2 + 2a| + |2 - \beta| + |\beta + 2|$
6. Να γραφούν οι παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής

i.	$A =  x -  x   -  x +  x  $	iii.	$\Gamma = 3 x -  x   - 2 x +  x   +  x $
ii.	$B =  x -  x   +  x +  x   - 2 x $	iv.	$\Delta =  x -  x   + 2 x +  x   +  x $
7. Να γραφούν οι παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής:

i.	$A = 2x +  x + 1 $	iii.	$\Gamma =  x - 1  - 3 3 - 3x $
ii.	$B = 2 x - 2  +  4 - 2x  -  3x - 6 $	iv.	$A =  3x - 1  + 2 2 - 6x $

8. Να γραφούν οι παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής:

i.  $A = |x| + |x+1|$

iii.  $\Gamma = 2|x-2| + |x+1| - 3|2x-3|$

ii.  $B = 2|x+2| + |4-x|$

iv.  $\Delta = |x-1| + |x+2| - 3|x-5|$



9. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i.  $A = \frac{x^2 - 3|x|}{|x| - 3}$

iii.  $\Gamma = \frac{9x^2 + 6|x| + 1}{9x^2 - 1}$

ii.  $B = \frac{x^2 - 4}{|x| + 2}$

iv.  $\Delta = \frac{25x^2 - 30|x| + 9}{25x^2 - 3}$

10. Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $A = \frac{|2x-1|}{|1-2x|} - 3 \frac{|3y-2x|}{|2x-3y|} + 4 \frac{|2x-z|}{|2z-4x|}$

11. Να συγκρίνεται τους αριθμούς  $\frac{\alpha}{|\alpha|}$ ,  $\frac{|\alpha|}{\alpha}$ ,  $1$  με  $\alpha \in \mathbb{R}^*$

12. Να δείξετε ότι:  $\frac{\alpha-1}{|\alpha-1|} + \frac{2(\beta-3)}{|6-2\beta|} \leq 2$



13. Να δειχθεί ότι:

i.  $|a+1|^2 - 4a = |a-1|^2$

ii.  $|\alpha + \beta|^2 + |\alpha - \beta|^2 = 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)$

iii.  $(|\alpha| - |\beta|)(|\alpha| + |\beta|) + 2\beta(\alpha + \beta) = |\alpha + \beta|^2$

14. Να δειχθεί ότι:

i.  $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2|\alpha \cdot \beta|$

ii.  $\alpha^2 + 4 \geq 4|a|$

iii.  $\left| \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1} \right| \leq 1$

15. Αν ισχύει:  $|2\alpha + \beta| = |2\alpha| + |\beta|$  με  $\alpha, \beta \neq 0$  να δειχθεί ότι  $\alpha, \beta$  είναι ομόσημοι.

16. Αν ισχύει:  $|3\alpha - 2\beta| = |3\alpha| + 2|\beta|$  με  $\alpha, \beta \neq 0$  να δειχθεί ότι  $\alpha, \beta$  είναι ετερόσημοι.
17. Αν ισχύει:  $|3\alpha + 4\beta| < |4\alpha + 3\beta|$  να δειχθεί ότι  $|\alpha| > |\beta|$ .
18. Αν ισχύει:  $|\alpha\beta| = 1$  να δειχθεί ότι  $(1 + |\alpha|)(1 + |\beta|) \geq 4$ .
19. Να δειχθεί ότι  $\alpha \cdot \beta + |\alpha \cdot \beta| \geq |\alpha| \cdot \beta + \alpha \cdot |\beta|$
20. Αν ισχύει  $|x| = 2$ ,  $|y| = 3$  και  $|z| = 5$  να δειχθεί ότι:  $|x - y + z| \leq 10$
21. Να δειχθεί ότι:
- $|\alpha + \beta| \leq |\alpha - \gamma| + |\beta + \gamma|$
  - $|2\alpha - 3\beta| \leq |\alpha - 5\beta| + |\alpha + 2\beta|$
  - $|\alpha - \beta| \leq |2\alpha + 5\beta| + |3\alpha - 7\beta| + |\beta - 4\alpha|$
22. Αν ισχύει  $|\alpha - \beta| \leq 1$  και  $|\alpha - \gamma| \leq 1$  να δειχθεί ότι:  $|\gamma - \beta| \leq 2$
23. Να δειχθεί ότι:  $d(\alpha, \beta) \leq d(\alpha, 3) + d(3, \beta)$ .
24. Αν ισχύει:  $|\alpha + 2| \leq |\alpha| + 2$  να δειχθεί ότι  $\alpha \geq 0$ .
25. Αν  $|\alpha \cdot \beta| = 1$ . Να δειχθεί ότι:  $(1 + |\alpha|)(1 + |\beta|) \geq 4$ .
26. Αν  $|x|^3 - 1 \geq x^2 - |x|$  να δειχθεί ότι:  $x \leq -1$  ή  $x \geq 1$ .
27. Να βρεθεί το μήκος και το κέντρο του διαστήματος  $[-5, 17]$ .
28. Το διάστημα  $[\alpha, 18]$  έχει κέντρο 6. Να προσδιοριστεί η τιμή του  $\alpha$  και η ακτίνα του.
29. Για τους πραγματικούς αριθμούς  $a, \beta \in \mathbb{R}^*$
- Αν ισχύει:  $\frac{|\beta|}{\alpha} - \frac{\beta}{|\alpha|} = 0$ . Να δειχθεί ότι  $a, \beta$  ομόσημοι.
  - Αν ισχύει:  $\alpha|\beta| + \beta|\alpha| = 0$ . Να δειχθεί ότι  $a, \beta$  ετερόσημοι.



30. Να λυθεί η εξίσωση.

i.  $3|2x| - 2 = 7$

iii.  $3|2x+1| + 1 = 11$

ii.  $2|x-1| = 7$

iv.  $||2x-1| + 1| = 11$

31. Να λυθεί η εξίσωση.

i.  $|x-1| = |x+7|$

iii.  $|2x+1| = 3|x-3|$

ii.  $2|x+1| = |x-3|$

iv.  $||x| + 1| = |3|x| - 3|$

32. Αν  $|2\alpha + 1| + |4\alpha - 3\beta - 3| = 0$  να προσδιοριστούν οι πραγματικές τιμές των  $\alpha, \beta$ .



33. Δίνεται η παράσταση:  $A = 2 - \frac{|1-2x|}{4x-4x^2-1}$ .

i. Για ποιες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  ορίζεται η παράσταση  $A$ .

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση και να την γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

34. Να δειχθεί ότι η απόλυτη τιμή του αθροίσματος δυο αντιστρόφων αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερη ίση του 2.

35. Έστω  $x, y, z$  πραγματικοί μη μηδενικοί αριθμοί, τέτοιοι ώστε:  $\frac{|x|}{3} = \frac{|y|}{7} = \frac{|z|}{5}$  αν

$x + y + 2z = 0$  να δειχθεί ότι  $x, y$  είναι ομόσημοι.

36. Αν  $-2 \leq x \leq 3$  και  $-1 \leq y \leq 1$  να βρεθεί η μέγιστη τιμή της παράστασης

$$A = |2x + 3y|$$

37. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i.  $||x| + 3^{16}| = 4^8$

ii.  $||x| + (2^3)^2| = 2^{3^2}$

38. .